- *Voorbeeld*: $-x^3 - 4x^2 - 5x + 10 = (-1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + 5x + 10)$;
  deze veelterm heeft alleen $x = 1$ als een nulpunt.

34.4 Matrices

Definities

Een **matrix** is een rechthoekige tabel van getallen.

- Een $n \times m$ matrix heeft n rijen en m kolommen.
- Rijen zijn genummerd 1, …, n van boven naar beneden;
  kolommen zijn genummerd 1, …, m van links naar rechts.
- Een **kolomvector** is een $n \times 1$ matrix; een **rijvector** is een $1 \times m$ matrix.
- Bij een **vierkante** matrix is het aantal rijen en kolommen gelijk ($n \times n$).
- Een **identiteitsmatrix** (I) is een vierkante matrix met nullen, maar met énen op de diagonaal (linksboven naar rechtsonder).
  - $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Bewerkingen

- **optellen en aftrekken** van matrices van gelijke grootte: voer de bewerking uit op overeenkomstige elementen

  Voorbeeld:

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -7 & 9 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

- **scalaire vermengigvulding** van een getal met een matrix: vermenigvuldig elk element

  Voorbeeld:

$$4 \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -20 \\ 4 & 0 \\ 12 & 4 \end{bmatrix}.$$

- **matrixvermenigvuldiging**: een $n \times k$ matrix maal een $k \times m$ levert een $n \times m$ matrix.
- Om element (i, j) te vinden
  - doorloop rij i in de eerste matrix van links naar rechts; en tegelijkertijd
  - doorloop kolom j in de tweede matrix van boven naar beneden
  - vermenigvuldig overeenkomstige elementen en tel deze op.

$$\begin{bmatrix} \square & \square \\ 3 & 2 \\ \square & \square \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \square & \square & -4 \\ \square & \square & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & -2 \\ \square & \square & \square \end{bmatrix} \quad 3 \times (-4) + 2 \times 5 = -2$$

- Merk op: de *volgorde van matrixvermenigvuldiging is belangrijk*: $AB \neq BA$.

  Voorbeelden:

  $$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 100 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82 \\ 304 \end{bmatrix}.$$

  Als $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, dan is $A^2 = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -24 \\ 24 & 7 \end{bmatrix}$.